Mathematisches Institut
Prof. Dr. Achim Schädle
Georg Jansing

10.5.2012

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

Operatorentheorie für Numerische Analysis – 6. Übungsblatt

Aufgabe 19:

Berechnen Sie für $X = C^0([0,1])$ das Spektrum der beiden Operatoren

(a) $A = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}$ mit $D(A) = \{\ f \in C^1([0,1]) \mid f(0) = 0\ \}$ bzw.

(b) $B = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}$ mit $D(B) = \{\ f \in C^1([0,1]) \mid f(0) = f(1)\ \}$.

Aufgabe 20:

Zeigen Sie, dass für $f \in X = \{\ f \in C([0,1]) \mid f(1) = 0\ \}$ versehen mit der Maximumsnorm, dass

$$\sum_{k=0}^{n-1} f\left(\frac{k}{n}\right) B_{n,k} \to f$$

in X.

Aufgabe 21:

Sei $X = L^1(0,1)$ mit der Standardnorm und $X_n = \mathbb{C}^n$ mit der Norm

$$\|(y_k)_k\|_n := \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} |y_k|.$$

Definiere die Operatoren

$$J_n(y_1, \dots, y_n) := \sum_{k=1}^{n} y_k \cdot \chi_{[(k-1)/n, k/n]},$$

und

$$(P_n f)_k := n \cdot \int_{\frac{k-1}{n}}^{\frac{k}{n}} f(x)\, \mathrm{d}x,$$

wobei χ_M die Indikatorfunktion der Menge M sei. Zeigen Sie, dass dann die Annahmen (A1), (A2) und (A3) erfüllen.

Besprechung in den Übungen am Donnerstag, den 24. Mai 2012, 14:30 Uhr in 25.22-O0.72