

Computergestützte Mathematik II (Analysis mit Maple) – 7. Übungsblatt

Verwenden Sie für Ihre Lösungen die Datei `ueb7.mws`, die Sie von unserer Internetseite herunterladen können. Das dort vorgegebene Format wird in der Klausur verlangt.

_____ Aufgaben zum Maple-Arbeitsblatt `v17.mws` _____

Aufgabe 76:

Berechnen Sie $\int_0^{\pi/2} \sin(x) dx$ mit Hilfe äquidistanter Riemannscher Summen. Lassen Sie sich für 20 Teilintervalle die zugehörigen Rechtecke plotten, wobei Sie den linken Eckpunkte als Zwischenpunkte wählen.

Aufgabe 77:

Berechnen Sie (eventuell auch numerisch) die folgenden Integrale

$$\int_1^3 \frac{\exp(x)}{x} dx, \quad \int_1^2 \frac{\exp(-x)}{x^4} dx, \quad \int_{-1}^1 \frac{\sinh(x)}{x} dx, \quad \int_{\pi}^{2\pi} \frac{\cos(x)}{x^4} dx, \quad \int_0^{\pi} |\sin^2(x) \cos(x)| dx.$$

Vergleichen Sie die Ergebnisse mit den von Matlab zur Verfügung gestellten Verfahren zur numerischen Integration.

_____ Aufgaben zum Maple-Arbeitsblatt `v18.mws` _____

Aufgabe 78:

Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen eine Stammfunktion und überlegen Sie sich, wie Maple auf diese Ergebnisse kommen könnte

$$\frac{1}{x^2 + 4x + 3}, \quad \frac{1}{x^2 + 4x + 4}, \quad \frac{1}{x^2 + 4x + 5}, \quad \frac{1}{(x^2 + 4x + 5)^2}, \quad \frac{1}{(x^2 + 4x + 5)^3},$$
$$\sqrt{1+x}, \quad x \exp(2x^2 - 4), \quad \frac{3x^2 + 1}{x^2}, \quad \tan(x), \quad \left(\frac{1}{\cos(x)}\right)^2, \quad \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}.$$

Aufgabe 79:

Sei $r : \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert als $r(x) := 1/(1 - x^2)$. Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung von r und berechnen Sie für diese eine Stammfunktion. Lassen Sie dann von Maple eine Stammfunktion von r ausgeben. Vergleichen Sie diese beiden, indem Sie ihre Werte in den Punkten $-2, 0$ und 2 berechnen.

Aufgabe 80:

Berechnen Sie für die folgenden gebrochen rationalen Funktionen

$$\frac{x^4 + 4x^2 - x + 1}{x^3 - x^2 + x - 1}, \quad \frac{x^2 + 4x - 3}{x^3 - x^2 + 2}$$

die Partialbruchzerlegung und eine Stammfunktion. Überprüfen Sie die Ergebnisse.

Aufgabe 81:

Verwenden Sie Integration durch Substitution, um Stammfunktionen für

$$\frac{\exp(\arctan(x))}{1+x^2}, \frac{x^{1/3}}{1+x^{2/3}}, \left(\frac{1}{\sin x \cos x}\right)^2, \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{1/2} \cdot \frac{x-1}{x^2+1}, \left(\frac{x-2}{x+1}\right)^{1/3} \cdot \frac{x^2+x-1}{x^2-1}$$

zu berechnen. Sie dürfen Maple die Integration überlassen, sobald durch die Integration nur noch eine rationale Funktion zu integrieren ist.

Hinweise zu geeigneten Substitutionen finden Sie zum Beispiel auf dem 13. Übungsblatt zur Analysis I.

Aufgabe 82:

Benutzen Sie partielle Integration, um Stammfunktionen für

$$x^2 \cos(x), \quad \log(x), \quad x \arctan(x), \quad x \log(x) \sin(x)$$

zu bestimmen, und überprüfen Sie die erhaltenen Ergebnisse.

Aufgabe 83:

Sei $G: \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$G(x) := -\arctan\left(\frac{1+x^2}{x^2-4}\right).$$

Berechnen Sie zunächst $f := G'$ und dann eine Stammfunktion F von f . Berechnen Sie F' und plotten Sie die Graphen von F , f und G über $[-4, 4]$ in einem Plot.

KLAUSUR: Mittwoch, 17. Juli 2002 von 14.15–16.15 und 16.15–18.15 Uhr im CIP-Pool
Anmeldung bitte in die Listen in der Vorlesung oder im Sekretariat (Frau Siemes) bis spätestens
Mittwoch, 3. Juli 2002

Hilfsmittel: Sie dürfen **ein** handgeschriebenes Blatt (A4) mit beliebigem Inhalt mitbringen, jedoch keine Kopie. Der Zugriff auf die Dateien der Vorlesung ist möglich.

Übungen: Montag, 14–16 Uhr, Mittwoch 14–16, 16–18 Uhr im CIP-Pool
Aktuelle Informationen zu dieser Lehrveranstaltung gibt es online unter
www.am.uni-duesseldorf.de/~marlis/maple