Mathematisches Institut
Prof. Dr. Marlis Hochbruck
HEINRICH HEINE UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

15.5.2002

Computergestütze Mathematik II (Analysis mit Maple) – 4. Übungsblatt

Aufgaben zum Maple-Arbeitsblatt `v08.mws`

Aufgabe 34:

Gegeben seien die Polynome $p = (x-1)^4 + x - 3\,(x-a)^2 + 15$ und $q = 27x + 3b\,(x-1)^2 + 8x^3$. Berechnen Sie $p+q$ und pq, nach absteigenden Potenzen von x geordnet. Welchen Wert hat $p+q$ für $a = 0$, $b = -1$ und $x = 2$? Welchen Wert hat pq für $a = b = 0$ und $x = 1$?

Aufgabe 35:

Untersuche Sie, welche Ausgaben `factor` bei Anwendung auf die folgenden Polynome liefert

$$x^4 - 2x^2 + 1, \quad x^2 - 2, \quad x^3 - x^2 - x + 1, \quad x^k - 1 \text{ für } k = 2, \ldots, 15,$$
$$x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + k \text{ für } k = 0, \ldots, 25.$$

Aufgabe 36:

Gegeben seien die Polynome $p = (x+a)^2\,(x+1)^3$ und $q = \sum_{k=1}^{6} x^k$. Berechnen Sie $p+q$ sowie pq und wenden Sie hierauf den Befehl `factor` an, nachdem Sie $a = -1$ gesetzt haben.

Aufgabe 37:

Auf dem Intervall $]-1,1[$ wird durch

$$a \oplus b := \frac{a+b}{1+ab}$$

eine Verknüpfung definiert. Zeigen Sie, dass diese Verknüpfung assoziativ ist, d.h. dass gilt $(a \oplus b) \oplus c = a \oplus (b \oplus c)$ für alle $a, b, c \in\,]-1,1[$.

Aufgabe 38:

Gegeben seien die Polynome $p = x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24$ und $q = x^5 - 9x^4 + 26x^3 - 18x^2 - 27x + 27$. Geben Sie $t := p/q$ in gekürzter Darstellung an. Welchen Ausdruck erhält man, wenn man in t zunächst 8 duch 3 und dann x^2 durch 3 ersetzt?

Aufgabe 39:

Ersetzen Sie im Polynom $\sum_{k=1}^{5} k\,(x+2)^k$ zunächst $x+1$ durch y und dann $y+1$ durch z^2. Was geschieht, wenn Sie die letzte Substitution mit dem Befehl `subs` vornehmen?

Aufgabe 40:

Gegeben seien zwei Folgen a und b gleicher Länge. Verwenden Sie die Befehle `seq` und `op`, um daraus die Zickzack-Folge $a_1, b_1, a_2, b_2, \ldots$ zu erzeugen. Wenden Sie den Befehl dann an auf die Folgen $a = 1, 4, \ldots, 9^2$ und $b = x, x^2, \ldots, x^9$.

Aufgabe 41:

Gegeben sei das Polynom $p := 3x^8 + 7x^3 + 4x^2 - 9x$. Erzeugen Sie das Polynom q, welches aus p entsteht, wenn man die Koeffizienten von p quadriert.

Aufgaben zum Maple-Arbeitsblatt `v09.mws`

Aufgabe 42:

Bestimmen Sie die Nullstellen der folgenden Polynome:

$$\begin{aligned}
&p := x^2 - 8x - 7,\\
&q := 3x^3 + 8x^2 - 5\\
&r := 2x^7 - 6x^6 - 7x^5 + 21x^4 - 8x^3 + 24x^2 + 28x - 84.
\end{aligned}$$

Aufgabe 43:

Bestimmen Sie die Nullstellen der Polynome $6x^3 + 4x^2 - 2x - 1$ und $4x^3 - 24x + 19$.

Aufgabe 44:

Bestimmen Sie die Lösungen der Gleichung $x^4 - x^3 + x^2 - 1 = 0$ und die reellen Lösungen der Gleichung $x^4 - x^3 + x^2 + 3x - 3 = 0$.

Aufgabe 45:

Bestimmen Sie mit dem Befehl `solve` Lösungen der Gleichungen $2^x - 2\sqrt{x} = 0$ und $2^x = x^2$.

Aufgabe 46:

Bestimmen Sie alle Lösungen von $x^4 = a$.

Aufgabe 47:

Überprüfen Sie die Berechnung der Nullstellen der Polynome aus Aufgabe 42, indem Sie jeweils die Graphen der betrachteten Polynome über geeigneten Intervallen plotten lassen. Verwenden Sie dazu den Befehl `plot(Polynom,x=a..b)`, wobei Sie a und b so wählen, dass die gefundenen Nullstellen in dem Intervall $[a, b]$ liegen.

Aufgaben zum Maple-Arbeitsblatt `v10.mws`

Aufgabe 48:

Vergleichen Sie die Konvergenz der Exponentialreihe und der Folge $\left(1 + \frac{1}{k}\right)^k$ gegen e, indem Sie für $m = 10$, 100 und 1000 mit dem Befehl `evalf(%,50)` die Zahlen $\sum_{k=m}^{\infty} \frac{1}{k!}$ und $e - \left(1 + \frac{1}{m}\right)^m$ berechnen.

Aufgabe 49:

Berechnen Sie $\exp(-30)$ direkt und näherungsweise mit Hilfe der Partialsummen $s_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}(-30)^k$. Lassen Sie sich nach und nach s_n für $n = 1 \ldots 100$ anzeigen.

Aufgabe 50:

Gegeben Sei die Folge mit $a_k := \left(k + \sin\left(\frac{1}{k}\right)^4\right)^5 - k^5$. Untersuchen Sie, ob diese Folge einen Grenzwert besitzt. Berechnen Sie die Folgeglieder $a_{10^j}, j = 1, \ldots, 9$ mit den Genauigkeiten $10, 20, 30, 40, 50$. Wie erklären Sie sich die Ausgaben?

Übungen: Montag, 14–16 Uhr, Mittwoch 14–16, 16–18 Uhr im CIP-Pool
Aktuelle Informationen zu dieser Lehrveranstaltung gibt es online unter
`www.am.uni-duesseldorf.de/~marlis/maple`