Mathematisches Institut
Prof. Dr. Kristian Witsch

HEINRICH HEINE UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

02.12.2002

Einführung in die Numerik – 7. Übungsblatt

Aufgabe 13: (Aitken-Neville-Interpolation)

Zu gegebenen Interpolationsdaten $(x_i, y_i) \quad i = 0, 1, ...$ bezeichne $P_{i_0,i_1,...,i_k}$ das Polynom, das $P_{i_0,i_1,...,i_k}(x_{i_j}) = y_{i_j}$ für $j = 0, 1, ..., k$ erfüllt. Zeigen Sie, dass man die Polynome rekursiv folgendermaßen berechnen kann:

$$\begin{aligned} P_i(x) &\equiv y_i \\ P_{i_0,i_1,...,i_k}(x) &= \frac{1}{x_{i_k} - x_{i_0}} \left((x - x_{i_0}) P_{i_1,...,i_k}(x) - (x - x_{i_k}) P_{i_0,i_1,...,i_{k-1}}(x) \right). \end{aligned}$$

Bemerkung: Dies Verfahren ist günstig zur Berechnung eines einzigen Funktionswertes.

Aufgabe 14:

Entwickeln Sie $ln(1 + \frac{x}{2})$ für $|x| \leq 1$ in eine Taylorreihe bis zum Grad 4 und schätzen Sie das Restglied ab. Subtrahieren Sie Vielfache von T_4 und T_3, so dass sich ein quadratisches Polynom ergibt. Schätzen Sie dessen Fehler gegenüber $ln(1 + \frac{x}{2})$ für $|x| \leq 1$ ab. Vergleichen Sie diesen Fehler mit dem Fehler des quadratischen Taylor-Polynoms.

Besprechung in den Übungen am 09.12.2002, 15.00 Uhr in 25.22.02.81
Abgabe aller Programmieraufgaben via email bei **Julia.Schweitzer@uni-duesseldorf.de.**

Programmieraufgabe 3 :

(a) Implementieren Sie den adaptiven Algorithmus aus der Vorlesung mit der Simpson-Formel zur Approximation von $\int_a^b f(x)dx$. Als Fehlerschätzer soll wie angegeben $\frac{|A_h - A_{2h}|}{15}$ benutzt werden. Schreiben Sie dazu eine entsprechende Funktion `[I,Knoten]=integral(f,a,b,tol)`.

(b) Testen Sie Ihr Programm an der Funktion $f(x) = 2 + \sin(3 \cdot \cos(0.002 \cdot (x - 40)^2))$, $[a, b] = [10, 110]$ und vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit denen des Skriptums.

Bearbeitungszeit für die Programmieraufgabe bis zum 6.Januar 2003