

Einführung in die Numerik – 2. Übungsblatt

Aufgabe 3:

Das Integral $I(f) = \int_{-1}^1 f(x) dx$ soll approximiert werden durch eine Näherungsformel der Form:

$$A(f) = b_1 f(-1) + b_2 f(1) + d_1 f'(-1) + d_2 f'(1).$$

Bestimmen Sie die Konstanten so, dass die Ordnung maximal wird. Geben Sie die entsprechende Näherungsformel für $\int_0^1 f(x) dx$ und die summierte $\sum_{i=0}^{n-1} \int_0^h f(ih + t) dt$ mit Schrittweite $h = \frac{1}{n}$ an.

Aufgabe 4:

Konstruieren Sie eine zweistufige, symmetrische Quadraturformel maximaler Ordnung und bestimmen Sie deren Ordnung.

Besprechung in den Übungen am 04.11.2002, 15.00 Uhr in 25.22.02.81
(Freiwillige) Abgabe vor den Übungen

Programmieraufgabe 1 : (Trapez- und Simpsonregel)

Schreiben Sie Funktionen, die für eine gegebene Funktion f , Grenzen a, b und eine vorgegebene Anzahl von Teilintervallen gleicher Länge das Integral

$$\int_a^b f(x)dx$$

mit der Trapezregel und der Simpsonregel näherungsweise berechnen. Als Eingabeparameter sollen die Funktion f , die Grenzen a, b und die Anzahl der Teilintervalle übergeben werden. Implementieren Sie die Verfahren so, dass Sie mit minimaler Anzahl von Funktionsauswertungen auskommen (Funktionswerte an den Grenzen benachbarter Teilintervalle sollen nicht mehrfach berechnet werden).

Testen Sie diese Funktionen am Integral $\int_0^3 \cos x e^{\sin x} dx$. Schreiben Sie dazu eine weitere Funktion zur Auswertung von $f(x) = \cos x e^{\sin x}$ und ein Script (Hauptprogramm), welches die Funktionen für $N = 2, 4, 8, 16, 32, 64$ Teilintervalle gleicher Länge aufruft.

Was ist der exakte Wert des Integrals? Untersuchen Sie für die genannten Verfahren die Abhängigkeit des Fehlers von $h = 3/N$.

Tragen Sie den Logarithmus des Fehlers als Funktion von $\log(h)$ auf. Es ergeben sich die Fehlerkurven der Verfahren annähernd als Geraden der Steigungen 2 und 4. Warum?

Bearbeitungszeit für die Programmieraufgabe bis zum 18.November.