

Numerik I – 10. Übungsblatt

Aufgabe 17:

Zeigen Sie die folgenden Normabschätzungen

- a) $\|x\|_\infty \leq \|x\|_2 \leq \sqrt{n}\|x\|_\infty$ für alle $x \in \mathbb{R}^n$
- b) $\frac{1}{\sqrt{n}}\|A\|_\infty \leq \|A\|_2 \leq \sqrt{m}\|A\|_\infty$ für alle $A \in \mathbb{R}^{m,n}$
- c) $\frac{1}{\sqrt{m}}\|A\|_1 \leq \|A\|_2 \leq \sqrt{n}\|A\|_1$ für alle $A \in \mathbb{R}^{m,n}$
Hinweis: Zeigen Sie zunächst $\|A\|_1 = \|A^T\|_\infty$ und $\|A\|_2 = \|A^T\|_2$.
- d) $\|A\|_2^2 \leq \|A\|_1\|A\|_\infty$

Aufgabe 18:

Gegeben sei das Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 0.780 & 0.563 \\ 0.913 & 0.659 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0.217 \\ 0.254 \end{pmatrix}.$$

Die exakte Lösung ist $x^* = (1, -1)^T$. Es seien

$$x_1 = (0.999, -1.001)^T, \quad x_2 = (0.341, -0.087)$$

“Näherungslösungen”.

- (a) Berechnen Sie $r(x_i) = b - Ax_i$, $i = 1, 2$. Hat die genauere Lösung das kleinere Residuum?
- (b) Wie groß ist $\text{cond}(A)$ bzgl. $\|\cdot\|_\infty$?

Besprechung in den Übungen am 13.01.2003, 15.00 Uhr in 25.22.02.81

Abgabe aller Programmieraufgaben via email bei Julia.Schweitzer@uni-duesseldorf.de.

Programmieraufgabe 4 :

Schreiben Sie ein Programm, welches die Cholesky-Zerlegung einer symmetrischen Matrix A berechnet, sofern diese existiert und sonst eine Fehlermeldung ausgibt.

Lösen Sie mit dieser Zerlegung:

- a) das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit $A = ((a_{ij})) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$, wobei

$$a_{ij} = 1/(i + j - 1), \quad b = \begin{bmatrix} 25/12 \\ 77/60 \\ 19/20 \\ 319/420 \end{bmatrix},$$

- b) das lineare Gleichungssystem wie in a) mit zusätzlich $a_{44} = 0$.

Bearbeitungszeit für die Programmieraufgabe bis zum 20.Januar 2003