

Einführung in die Numerik – 7. Übungsblatt

Aufgabe 17:

(Bandmatrizen)

- Zeigen Sie, dass die LR-Zerlegung ohne Zeilenvertauschungen (falls durchführbar) die Struktur von Bandmatrizen in folgendem Sinne erhält: Falls $a_{ij} = 0$ für $|i - j| > p$, so ist $l_{ij} = 0$ für $i - j > p$ und $r_{ij} = 0$ für $j - i > p$.
- Wie viele Operationen sind zur Lösung eines linearen Gleichungssystems mit einer derartigen Matrix nötig?
- Welche maximale Bandbreite haben L und R bei Spaltenpivotsuche? Wie viele Operationen sind dann nötig?

Aufgabe 18:

Es sei $A \in \mathbb{R}^{n,n}$ eine strikt diagonaldominante Matrix.

Zeigen Sie für die Lösung des linearen Gleichungssystems $Ax = b$ eine Stabilitätsabschätzung analog zu Satz 2.40 (dort bezog sie sich auf das Gleichungssystem, welches bei der Spline-Interpolation auftrat) und schließen Sie hieraus, dass A invertierbar ist.

Hinweis: Verallgemeinern Sie den Beweis von Satz 2.40 auf strikt diagonaldominante Matrizen.

Programmieraufgabe 5 :

- Schreiben Sie eine Funktion `[v,div]=splico(a,b,y,v)` die für eine äquidistante Unterteilung von $[a, b]$ und für gegebene y_0, \dots, y_n und v_0, v_n die Steigungen v_1, \dots, v_{n-1} des eingespannten interpolierenden Splines berechnet.
- Schreiben Sie eine weitere Funktion `s=spliva(x,a,b,y,v,div)`, die den Wert des Splines an der Stelle x berechnet, wenn der Vektor `div` die dividierten Differenzen $\delta y[x_{i-1}, x_i]$ enthält.
- Stellen Sie die Funktion $f(x) = \sqrt{|x|}$ und den interpolierenden Spline auf $[-1, 1]$ graphisch dar. Verwenden Sie die Schrittweiten $h = 0.2, 0.1, 0.05$.

Besprechung in den Übungen am 27.06.2002