

## Einführung in die Numerik – 4. Übungsblatt

### Aufgabe 9:

Eine Folge  $\{S_n\}$  erfülle

$$S_{n+1} - S = \rho_n(S_n - S) \quad \text{mit } \rho_n \rightarrow \rho, \quad \rho \neq 1.$$

Zeigen Sie, dass die durch die Aitken'sche  $\Delta^2$ -Regel erhaltene Folge  $\{S'_n\}$  schneller als die ursprüngliche Folge gegen  $S$  konvergiert, d. h.

$$\frac{S'_n - S}{S_n - S} \rightarrow 0 \quad \text{für } n \rightarrow \infty.$$

Die Folge  $\{S'_n\}$  kann gegen  $S$  konvergieren ohne dass  $\{S_n\}$  konvergiert.

### Aufgabe 10:

Berechnen Sie mit dem Newton-Schema das Interpolationspolynom  $p_4(x)$  zu folgenden Daten:

$x_j$	0	1	2	3	4
$y_j$	0	1	-2	9	28

Berechnen Sie mit diesem Newton-Schema auch alle Ableitungen von  $p_4$  an der Stelle  $x = -1$ .

### Aufgabe 11: (Aitken-Neville-Interpolation)

Zu gegebenen Interpolationsdaten  $(x_i, y_i) \quad i = 0, 1, \dots$  bezeichne  $P_{i_0, i_1, \dots, i_k}$  das Polynom, das  $P_{i_0, i_1, \dots, i_k}(x_{i_j}) = y_{i_j}$  für  $j = 0, 1, \dots, k$  erfüllt. Zeigen Sie, dass man die Polynome rekursiv folgendermaßen berechnen kann:

$$P_i(x) \equiv y_i$$
$$P_{i_0, i_1, \dots, i_k}(x) = \frac{1}{x_{i_k} - x_{i_0}} \left( (x - x_{i_0}) P_{i_1, \dots, i_k}(x) - (x - x_{i_k}) P_{i_0, i_1, \dots, i_{k-1}}(x) \right).$$

**Bemerkung:** Dies Verfahren ist günstig zur Berechnung eines einzigen Funktionswertes.

### Programmieraufgabe 3 :

- Implementieren Sie den adaptiven Algorithmus aus der Vorlesung mit der Simpson-Formel zur Approximation von  $\int_a^b f(x) dx$ . Als Fehlerschätzer soll wie angegeben  $\frac{|A_h - A_{2h}|}{15}$  benutzt werden. Schreiben Sie dazu eine entsprechende Funktion `[I, Knoten]=integral(f, a, b, tol)`.
- Testen Sie Ihr Programm an der Funktion  $f(x) = 2 + \sin(3 \cdot \cos(0.002 \cdot (x - 40)^2))$ ,  $[a, b] = [10, 110]$  und vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit denen des Skriptums.

**Besprechung in den Übungen am 06.06.2002, 13.00 Uhr in 25.22.00.81**

(Freiwillige) Abgabe vor den Übungen

**Bearbeitungszeit für die Programmieraufgabe: 3 Wochen**