

Einführung in die Numerik – 2. Übungsblatt

Aufgabe 3:

Das Integral $I(f) = \int_{-1}^1 f(x) dx$ soll approximiert werden durch eine Näherungsformel der Form:

$$A(f) = b_1 f(-1) + b_2 f(1) + d_1 f'(-1) + d_2 f'(1).$$

Bestimmen Sie die Konstanten so, dass die Ordnung maximal wird. Geben Sie die entsprechende Näherungsformel für $\int_0^1 f(x) dx$ und die summierte $\sum_{i=0}^{n-1} \int_0^h f(ih+t) dt$ mit Schrittweite $h = \frac{1}{n}$ an.

Aufgabe 4:

Konstruieren Sie eine zweistufige, symmetrische Quadraturformel maximaler Ordnung und bestimmen Sie deren Ordnung.

Aufgabe 5: Leiten Sie eine Darstellung des Fehlers der Trapezformel her und folgern hieraus:

$$\left| \int_{x_0}^{x_0+h} f(x) dx - \frac{h}{2} (f(x_0) + f(x_0+h)) \right| \leq \frac{h^3}{12} |f''(\xi)| \quad \text{mit } \xi \in (x_0, x_0+h).$$

Können Sie etwas genaueres über den Fehler aussagen? Benutzen Sie die Ergebnisse zur Berechnung des Fehlers von $\int_0^1 e^x dx$.

Besprechung in den Übungen am 16.05.2002, 12.45 Uhr in 25.22.00.81
(Freiwillige) Abgabe vor den Übungen