Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. F. Jarre / Dr. S. Henn

WS 01/02
28.11.2001
Blatt 6

Übungen zu Mathematik für Biologen

Aufgabe 16: In einem Teich befinden sich $N = 10$ $(11, 12, 13, 14)$ Fische, von denen genau $S = 6$ markiert werden. Nach einigen Tagen werden genau $n = 7$ Fische zufällig ohne Zurücklegen gefangen.

a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dabei genau $k = 3$ markierte Fische gefangen werden.

b) Wie ändern sich die Wahrscheinlichkeiten, wenn die Fische mit Zurücklegen gefangen werden?

Aufgabe 17: Mit einem fairen Würfel werde zweimal gewürfelt. Betrachten Sie die Ereignisse
A: "In keinem der Würfe fällt eine gerade Zahl",
B: "Die Augensumme ist gleich 4."

a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(A)$ und $P(B)$.

b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(A \cap B)$.

c) Berechnen Sie die bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(A|B)$ und $P(B|A)$.

d) Sind A und B stochastisch unabhängig? Begründen Sie Ihre Aussage.

Aufgabe 18: Es sei f die folgende auf $\mathbb{R}$ definierte reelle Funktion:

$$f(x) = \begin{cases} b(1+x) & \text{für} \quad -1 < x \leq 0 \\ b(1-x) & \text{für} \quad 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

a) Zeichnen Sie die Funktion f. Wie muss b gewählt werden, damit f die Dichte eines Wahrscheinlichkeitsmasses P auf $\mathbb{R}$ ist?

b) Berechnen Sie die zu der Funktion f aus a) gehörende Verteilungsfunktion F (d.h. $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(y)\, dy$, für $x \in \mathbb{R}$), und zeichnen sie F.

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten $P([0; \frac{1}{2}])$ und $P([-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}])$.

Hinweis: Die Fläche eines Dreiecks ist $1/2 \cdot$ Grundseite $\cdot$ Höhe.

Abgabe: 04.12.2001, 13.00 Uhr, in den Übungsbriefkästen

Beiblätter zur Vorlesung Mathematik für Biologen

(Zähl-)Dichten, Erwartungswerte und Varianzen einiger Verteilungen:

Zufallsvariable X	(Zähl-)Dichte	$E(X)$	$Var(X)$
$X = a$ konstant	$p_k = 1$ für $k = a$ (0 sonst)	a	0
X Laplace-verteilt auf $\{1, \dots, n\}$	$p_k = \frac{1}{n}$ für $k = 1, \dots, n$	$\frac{n+1}{2}$	$\frac{n^2-1}{12}$
X $B(n,p)$-verteilt	$p_k = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ für $k = 0, \dots, n$	np	$np(1-p)$
X geometrisch-verteilt zum Parameter $p \in]0,1]$	$p_k = p(1-p)^{k-1}$ für $k \in \mathbb{N}$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$
X Poisson-verteilt zum Parameter $\lambda > 0$	$p_k = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ für $k \in \mathbb{N}_0$	λ	λ
X gleichverteilt auf $[a,b]$	$f(x) = \frac{1}{b-a} 1_{[a,b]}(x)$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$
X $N(\mu, \sigma^2)$ verteilt, $\mu \in \mathbb{R}$, $\sigma^2 > 0$	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$	μ	σ^2
X exponential-verteilt zum Parameter $\lambda > 0$	$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ für $x \geq 0$ (0 sonst)	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$