Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. F. Jarre / Dr. S. Henn

WS 01/02
21.11.2001
Blatt 5

Übungen zu Mathematik für Biologen

Aufgabe 13:

a) Aus einer Urne mit sechs durchnummerierten Kugeln werde k-mal ohne Zurücklegen und ohne Beachten der Reihenfolge gezogen. Geben Sie alle möglichen Ergebnisse für die Fälle $k = 2, 5, 6$ an.

b) Aus einer Urne mit vier roten und zwei schwarzen Kugeln werde viermal ohne Zurücklegen gezogen. Geben Sie alle möglichen Ergebnisse mit bzw. ohne Beachten der Reihenfolge an.

c) Berechnen Sie in der Situation von b) die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau eine schwarze Kugel gezogen wird, indem Sie die Wahrscheinlichkeiten dafür aufaddieren, dass diese im i-ten Zug ($1 \leq i \leq 4$) gezogen wird.

Aufgabe 14:

a) Aus einer Urne Mit R=4 roten und S=2 schwarzen Kugeln wird 4 mal “zufällig” mit bzw. ohne Zurücklegen je eine Kugel gezogen. Bestimmen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau s schwarze Kugeln gezogen werden (s= 0, 1, 2, 3, 4).

b) Ein neues Präparat soll hinsichtlich seiner Wirksamkeit bei einer speziellen Erkrankung untersucht werden. Dazu wird es unabhängig voneinander n=10 erkrankten Versuchstieren verabreicht. Falls sich bei 8 oder mehr der Tiere ein Heilerfolg einstellt, wird das Präparat weiter untersucht, andernfalls wird die Arbeit mit dem Präparat zunächst eingestellt.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Präparat weiter untersucht wird, unter der Annahme, dass die Heilerfolgswahrscheinlichkeit 0.6 (bzw. 0.9) ist.

Aufgabe 15: Eine Rinderherde wird von einem Virus befallen. 80% der Rinder sind gegen diesen Virus geimpft. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein nicht geimpftes Tier erkrankt, sei 0.85, die Wahrscheinlichkeit, dass ein geimpftes Tier erkrankt, sei 0.1.
Eines der Tiere werde “zufällig” herausgegriffen. Bezeichnen Sie mit
A das Ereignis “das Rind ist erkrankt” und mit
B das Ereignis “das Rind ist geimpft”.

a) Benutzen Sie die obigen Angaben zur Festlegung der Wahrscheinlichkeiten $P(B)$ und $P(\overline{B})$, der bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(A|\overline{B})$ und $P(\overline{A}|\overline{B})$ sowie der bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(A|B)$ und $P(\overline{A}|B)$.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(A)$ und $P(\overline{A})$.

c) Berechnen Sie die bedingte Wahrscheinlichkeit $P(B|A)$.

d) Berechnen Sie die bedingte Wahrscheinlichkeit $P(\overline{B}|\overline{A})$.

e) Beschreiben Sie verbal die unter (c) und (d) berechneten Wahrscheinlichkeiten.

Abgabe: 27.11.2001, 13.00 Uhr, in den Übungsbriefkästen

Beiblätter zur Vorlesung Mathematik für Biologen

Urnenmodelle

Das zufällige Ziehen von n Kugeln aus einer Urne mit N Kugeln wird modelliert durch die Laplace-Verteilung auf dem Raum der möglichen Ergebnisse. Sei $M = \{1, \dots, N\}$.

I: Ziehen mit Zurücklegen unter Beachtung der Reihenfolge
$\Omega_I = M^n, \quad |\Omega_I| = N^n$

II: Ziehen ohne Zurücklegen unter Beachtung der Reihenfolge ($n \leq N$)
$\Omega_{II} = \{(a_1, \dots, a_n) \in M^n : a_i \neq a_j \text{ für alle } i \neq j\}$
$|\Omega_{II}| = N(N-1)\cdots(N-n+1) = \frac{N!}{(N-n)!} = \binom{N}{n} n!$

III: Ziehen ohne Zurücklegen ohne Beachtung der Reihenfolge ($n \leq N$)
$\Omega_{III} = \{A \subset M : |A| = n\}$ oder
$\Omega'_{III} = \{(a_1, \dots, a_n) \in M^n : a_i < a_{i+1} \text{ für } 1 \leq i < n\}$
$|\Omega'_{III}| = |\Omega_{III}| = \binom{N}{n}$