

Beiblätter zur Vorlesung Mathematik für Biologen

Urnenmodelle

Das zufällige Ziehen von n Kugeln aus einer Urne mit N Kugeln wird modelliert durch die Laplace-Verteilung auf dem Raum der möglichen Ergebnisse. Sei $M = \{1, \dots, N\}$.

I: Ziehen mit Zurücklegen unter Beachtung der Reihenfolge

$$\Omega_I = M^n, \quad |\Omega_I| = N^n$$

II: Ziehen ohne Zurücklegen unter Beachtung der Reihenfolge ($n \leq N$)

$$\Omega_{II} = \{(a_1, \dots, a_n) \in M^n : a_i \neq a_j \text{ für alle } i \neq j\}$$

$$|\Omega_{II}| = N(N-1) \cdots (N-n+1) = \frac{N!}{(N-n)!} = \binom{N}{n} n!$$

III: Ziehen ohne Zurücklegen ohne Beachtung der Reihenfolge ($n \leq N$)

$$\Omega_{III} = \{A \subset M : |A| = n\} \text{ oder}$$

$$\Omega'_{III} = \{(a_1, \dots, a_n) \in M^n : a_i < a_{i+1} \text{ für } 1 \leq i < n\}$$

$$|\Omega'_{III}| = |\Omega_{III}| = \binom{N}{n}$$