

Übungen zu Mathematik für Biologen

Aufgabe 24: Aus einer Urne mit zwei schwarzen und drei roten Kugeln werde fünfmal ohne Zurücklegen gezogen. Betrachten Sie die Zufallsvariable X = "Nummer des Zuges, in dem zum ersten Mal insgesamt mehr rote als schwarze Kugeln gezogen worden sind".

- Bestimmen Sie die Verteilung von X .
- Berechnen Sie $E(X)$ und $Var(X)$.
- Berechnen Sie $E((X - 1)^2)$ und $E((X + 1)^2)$.

Aufgabe 25: Bei einem Würfelspiel wird ein fairer Würfel einmal geworfen. Spieler 1 erhält die gewürfelte Zahl als Punktzahl. Spieler 2 erhält als Punktzahl die Hälfte der gewürfelten Zahl, wenn eine gerade Augenzahl fällt, und das doppelte der gewürfelten Zahl, wenn eine ungerade Augenzahl fällt. Die Zufallsvariable X_i bezeichne die Punktzahl von Spieler i , $i = 1, 2$.

- Berechnen Sie $E(X_1)$, $E(2X_2 + 3)$ und $E((X_1 + X_2)/2)$.
- Berechnen Sie $Var(X_1)$ und $Var(2X_2 + 3)$.
- Berechnen Sie $Cov(X_1, X_2)$ und $Var((X_1 + X_2)/2)$.

Aufgabe 26: Eine faire Münze wird $n = 100$ mal geworfen, wobei jeweils entweder „Kopf“ oder „Zahl“ fällt. Die Münzwürfe können als unabhängig voneinander betrachtet werden. Es bezeichne X_i die Zufallsvariable

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{falls im } i\text{-ten Wurf „Kopf“ fällt} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

mit $P(X_i = 1) = 0.45$ für $1 \leq i \leq 100$. Die Zufallsvariablen X_i werden als unabhängig vorausgesetzt. $Y := \sum_{i=1}^{100} X_i$ bezeichne die Anzahl der Würfe, in denen „Kopf“ gefallen ist.

- Bestimmen Sie die Verteilung von Y und berechnen Sie $E(Y)$ und $Var(Y)$.
- Bestimmen Sie $P(Y \geq 52)$, $P(Y \leq 35)$ und $P(35 < Y < 55)$ exakt mit Hilfe der beiliegenden Vertafelung der $B(100, 0.45)$ -Verteilung.

Abgabe: 21.12.2000, 13.00 Uhr, in den Übungsbriefkästen