

Übungen zu Mathematik für Biologen

Aufgabe 21: X und Y seien diskrete Zufallsvariablen mit den folgenden Verteilungen:

k	-5	-1	0	1	5
$P(X = k)$	1/20	1/6	1/3	1/4	1/5
$P(Y = k)$	0	1/5	3/5	1/5	0

- Berechnen Sie $E(X)$ und $E(X^2)$.
- Berechnen Sie $Var(X) = E(X^2) - E(X)^2$ und $E((X - 1)^2)$.
- Berechnen Sie $E(Y)$ und $E(2X - 5Y)$.

Aufgabe 22: Aus einer Urne mit zwei schwarzen und zwei roten Kugeln wird viermal ohne Zurücklegen gezogen. Betrachten Sie die Zufallsvariablen

X = "Nummer des Zuges, in dem die zweite rote Kugel gezogen wird",

Y = "Anzahl der schwarzen Kugeln, die in den ersten drei Zügen gezogen werden".

- Bestimmen Sie die gemeinsame Verteilung von X und Y , d.h. $P(\{X = i, Y = j\})$ für $i = 2, 3, 4$ und $j = 1, 2$.
- Sind X und Y unabhängig? Begründen Sie Ihre Aussage.
- Berechnen Sie $E(X)$ und $E(Y)$.

Aufgabe 23: Bei einer Tombola werden 1000 Lose verkauft und folgende Gewinne verlost (die Ziehung dieser Gewinne erfolgt ohne Zurücklegen der gezogenen Gewinn-Lose, d.h. auf ein Los kann höchstens ein Gewinn fallen):

1 Gewinn à 100 DM
10 Gewinne à 10 DM
10 Gewinne à 5 DM

Die restlichen Lose sind Nieten. Es bezeichne X die Höhe des Gewinnes, die auf ein gekauftes Los entfällt.

- Man berechne die Verteilung der Zufallsvariablen X .
- Man berechne $E(X)$, $E(X^2)$ und $Var(X) := E(X^2) - E(X)^2$.
- Wie hoch müsste man den Preis pro Los festlegen, wenn man nur genau 50% der Einnahmen beim Losverkauf für die Bereitstellung der zu verlosenden Gewinne zu verwenden gedenkt?
- Man berechne die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass man mit einem Los 100 DM gewinnt (10 DM, 5 DM) unter der Annahme, dass man keine Nieten gezogen hat.

Abgabe: 14.12.2000, 13.00 Uhr, in den Übungsbriefkästen