

Übungen zu Mathematik für Biologen

Aufgabe 18: Mit einem fairen Würfel werde zweimal gewürfelt. Betrachten Sie die Ereignisse
A: "In keinem der Würfe fällt eine gerade Zahl",
B: "Die Augensumme ist gleich 4."

- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(A)$ und $P(B)$.
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(A \cap B)$.
- Berechnen Sie die bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(A|B)$ und $P(B|A)$.
- Sind A und B stochastisch unabhängig? Begründen Sie Ihre Aussage.

Aufgabe 19: Es sei f die folgende auf \mathbb{R} definierte reelle Funktion:

$$f(x) = \begin{cases} b(1+x) & \text{für } -1 < x \leq 0 \\ b(1-x) & \text{für } 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- Zeichnen Sie die Funktion f . Wie muss b gewählt werden, damit f die Dichte eines Wahrscheinlichkeitsmasses P auf \mathbb{R} ist?
- Berechnen Sie die zu der Funktion f aus a) gehörende Verteilungsfunktion F (d.h. $F(x) = \int_{-\infty}^x f(y) dy$, für $x \in \mathbb{R}$), und zeichnen sie F .
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten $P([0; \frac{1}{2}])$ und $P([-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}])$.

Hinweis: Die Fläche eines Dreiecks ist $1/2 \cdot \text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}$.

Aufgabe 20: Sei zunächst P die Standardnormalverteilung (d.h. $\mu = 0$, $\sigma^2 = 1$).

- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(]-\infty, 1])$, $P(]-\infty, -2])$ und $P(]-2, 1])$.
- Für welche Werte u, v gilt $P(]-\infty, u]) = 0,9$ bzw. $P(]-\infty, v]) = 0,99$?
Sei nun P eine Normalverteilung mit Mittelwert $\mu = 10,8$ und Varianz $\sigma^2 = 4$.
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(]-\infty, 13])$, $P(]-\infty, 4])$ und $P(]11, 14])$.
- Für welche Werte u, v gilt $P(]-\infty, u]) = 0,9$ bzw. $P(]-\infty, v]) = 0,99$?

Hinweis: Benutzen Sie die beigefügte Tabelle der Standardnormalverteilung.

Abgabe: 07.12.2000, 13.00 Uhr, in den Übungsbriefkästen