

Übungen zu Mathematik für Biologen

Aufgabe 36: Bei einer Messreihe haben sich folgende 12 Messwerte ergeben:

10.24 9.12 8.90 8.17 10.85 9.59 9.92 9.32 9.14 12.36 11.25 9.82

Es sei bekannt, dass die Zufallsvariablen X_i jeweils eine $N(\mu, \sigma^2)$ -Verteilung besitzen. Unter der Annahme, dass die Varianz $\sigma^2 = 1.25^2$ ist, soll die Hypothese $H_0 : \mu \leq 9.3$ gegen die Alternative $H_1 : \mu > 9.3$ zum Niveau $\alpha = 0.05$ mittels des einseitigen Gauß-Tests getestet werden.

- Bestimmen Sie die Entscheidungsregel.
- Welche Entscheidung ist aufgrund der Messwerte zu treffen?
- Zeichnen Sie die Gütefunktion des Tests. Bestimmen Sie dafür die Güte an den Stellen $\mu = 9, 9.3, 9.5, 10, 10.3$ und 10.5 .
- Wie groß ist der p-Wert für $\bar{x} = 9, 9.5$ und 10 ?

Hinweis: Benutzen Sie für die Aufgabenteile b), c) und d) die Vertafelung der Standard-Normalverteilung.

Aufgabe 37: Betrachten Sie die Situation von Aufgabe 35. Die Zufallsvariable $X =$ 'Anzahl der Einsen bei 60 Würfeln' sei also $B(60, p)$ -verteilt mit unbekanntem $p \in [0, 1]$. Die Hypothese $H_0 : p \geq 1/6$ soll zum Niveau $\alpha = 0.05$ gegen die Alternative $H_1 : p < 1/6$ getestet werden.

- Bestimmen Sie die Entscheidungsregel.
- Welche Entscheidung treffen Sie, falls die Anzahl der Einsen 4 (bzw. 5, 10) beträgt?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, sich für die Alternative zu entscheiden, wenn $p = 0.1$ gilt?

Hinweis: Benutzen Sie zur Festlegung der Testvorschrift die Vertafelung der $B(60, p)$ -Verteilung auf der Rückseite von Blatt 12.

Aufgabe 38: Von einem Medikament wurde in der Vergangenheit angenommen, dass die Wahrscheinlichkeit p für einen Heilerfolg höchstens 0.45 ist. Nunmehr wurde die Vermutung geäußert, dass diese Wahrscheinlichkeit höher liegt. Zur Überprüfung dieser Vermutung wird bei $n = 400$ Patienten nach der Einnahme des Medikamentes überprüft, ob ein Heilerfolg eingetreten ist. Die Hypothese $H_0 : p \leq 0.45$ soll nun gegen die Alternative $H_1 : p > 0.45$ zum Niveau $\alpha = 0.05$ getestet werden.

- Geben Sie die genaue Testvorschrift und die effektive Irrtumswahrscheinlichkeit an.
- Welche Entscheidung ist zu treffen, wenn bei $n=200$ ($n=190, 195, 210$) Patienten ein Heilerfolg beobachtet wird?
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Hypothese H_0 verworfen wird, wenn $p = 0.5$ ist.

Hinweis: Benutzen Sie zur Festlegung der Testvorschrift die Vertafelung der $B(400, p)$ -Verteilung auf der Rückseite.

Abgabe: 01.02.2001, 13.00 Uhr, in den Übungsbriefkästen