

## Übungen zu Mathematik für Biologen

**Aufgabe 30:** Bei einer Messreihe haben sich folgende 12 Messwerte ergeben:

11.24 6.12 8.94 6.57 11.55 9.99 7.62 9.32 9.54 11.36 13.25 9.86

Nehmen Sie an, dass die Messwerte  $x_i$  Realisierungen unabhängiger, identisch verteilter Zufallsvariablen  $X_i$  mit unbekanntem Erwartungswert  $E(X_i) = \mu$  und unbekannter Varianz  $Var(X_i) = \sigma^2$  sind. Schätzen Sie die beiden Parameter  $\mu$  und  $\sigma^2$ .

**Aufgabe 31:** In einem Teich befinden sich  $N = 11$  Fische, von denen einige rot und einige schwarz sind, wobei jedoch die Anzahlen  $R$  und  $S$  der roten und schwarzen Fische unbekannt sind. Bei einer Ziehung von  $n = 7$  Fischen habe man  $k = 4$  rote Fische erhalten. Bestimmen Sie aufgrund dieses Ergebnisses den Maximum-Likelihood-Schätzer für die Anzahl  $R$  der roten Fische, wenn

- ohne Zurücklegen gezogen wurde,
- mit Zurücklegen gezogen wurde.

**Aufgabe 32:** Beim Schwarzfahren mit der Bahn werde man mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit  $p$  erwischt. Nun sitzen drei ertappte Schwarzfahrer nach der Kontrolle zusammen und erzählen sich, dass sie vorher bereits 4, 8 bzw. 15 mal unbestraft ohne Fahrschein gefahren sind.

- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis in Abhängigkeit von  $p$ .
- Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzer für  $p$  unter diesen Beobachtungen.

**Abgabe:** 18.01.2001, 13.00 Uhr, in den Übungsbriefkästen