

## Übungen zu Mathematik für Biologen

**Aufgabe 27:** Wenn eine Zelle einer bestimmten Art radioaktiver Strahlung ausgesetzt wird,

- stirbt sie mit einer Wahrscheinlichkeit von  $1/3$ ,
- überlebt sie mit einer Wahrscheinlichkeit von  $1/2$ ,
- teilt sie sich mit einer Wahrscheinlichkeit von  $1/6$ .

Es werden 3600 Zellen bestrahlt, von denen wir annehmen, dass sie unabhängig voneinander reagieren.

$X_i$  sei die Zufallsvariable, die angibt, wieviele Zellen aus der Bestrahlung der  $i$ -ten Zelle hervorgehen (d.h.  $X_i = 0$ , falls die  $i$ -te Zelle stirbt;  $X_i = 1$ , falls sie überlebt;  $X_i = 2$ , falls sie sich teilt).  $Y$  bezeichne die Zufallsvariable, die angibt, wieviele Zellen nach der Bestrahlung aller 3600 Zellen leben, d.h.  $Y = \sum_{i=1}^{3600} X_i$ .

- Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz der Zufallsvariable  $Y$ .
- Schätzen Sie mit Hilfe der Tschebyscheffschen Ungleichung die Wahrscheinlichkeit dafür ab, dass nach der Bestrahlung höchstens 2800 oder mindestens 3200 lebende Zellen vorhanden sind.

**Aufgabe 28:** Die Macht entschlossener Minderheiten:

An einer Wahl zwischen den Kandidaten A und B nehmen 1000000 Wähler teil. 2000 Wähler unterwerfen sich der Parteidisziplin und stimmen geschlossen für Kandidat A. Die übrigen 998000 Wähler sind mehr oder weniger unentschlossen und treffen ihre Entscheidung unabhängig voneinander durch Werfen einer Münze. Bestimmen Sie mittels des zentralen Grenzwertsatzes approximativ die Wahrscheinlichkeit für einen Sieg von Kandidat A.

**Aufgabe 29:** Der Weihnachtsmann macht sich auf den Weg nach Düsseldorf zur Verteilung von Weihnachtsgeschenken. 400 Studierende kommen zur zentralen Geschenkausgabe in Hörsaal 3A. Ob jemand ein Geschenk erhält, entscheidet der Weihnachtsmann jeweils unabhängig, indem er bei einem seiner 400 Rentiere überprüft, ob es gerade nach links oder nach rechts schaut. Es bezeichne  $X_i$  die Zufallsvariable

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{falls der } i\text{-te Student ein Geschenk erhält} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

mit  $P(X_i = 1) = 0.5$  für  $1 \leq i \leq 400$ .  $X := \sum_{i=1}^{400} X_i$  bezeichne die Anzahl der Studierenden, die den Hörsaal glücklich mit einem Geschenk wieder verlassen.

- Bestimmen Sie die Verteilung von  $X$ , und berechnen Sie  $E(X)$  und  $Var(X)$ .
- Berechnen Sie eine untere Schranke für  $P(\{180 < X < 220\})$  mit Hilfe der Tschebyscheffschen Ungleichung.

c) Berechnen Sie  $P(\{180 < X < 220\})$  näherungsweise durch die Normalapproximation (ohne Stetigkeitskorrektur), indem Sie die Vertafelung der Standardnormalverteilung benutzen.

**Abgabe:** 11.01.2001, 13.00 Uhr, in den Übungsbriefkästen

**FROHE WEIHNACHTEN und ein GLÜCKLICHES NEUES JAHR!**