

## Numerische Verfahren hyperbolischer Erhaltungsgleichungen – 9. Übungsblatt

### Aufgabe 31:

Betrachten Sie die Gleichungen der linearen Akustik

$$\begin{pmatrix} p \\ u \end{pmatrix}_t + \begin{pmatrix} u_0 & K_0 \\ 1/\rho_0 & u_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ u \end{pmatrix}_x = 0 \quad (1)$$

auf dem Intervall  $[a, b]$  mit reflektierenden Randwertbedingungen. In der Vorlesung wurde besprochen, wie sich die reflektierenden Randwertbedingungen in den charakteristischen Variablen äußern. Bei der Implementierung von Finiten Volumen Verfahren wird üblicherweise mit *ghost cells* gearbeitet, d.h. es wird eine Zelle links und rechts des zu betrachtenden Gebiets hinzugefügt und gefüllt. Wie muss diese Zelle gefüllt werden, um eine reflektierende Randwertbedingung zu erzeugen?

### Aufgabe 32:

- Bestimmen Sie die Matrizen  $A^+$  und  $A^-$  für die Gleichungen der linearen Akustik (1).
- Bestimmen Sie die Wellen  $\mathcal{W}_{i-1/2}^1$  und  $\mathcal{W}_{i-1/2}^2$ , die sich aus den beliebigen Daten  $Q_{i-1}$  und  $Q_i$  für dieses System ergeben.

### Aufgabe 33: (8 Punkte)

Implementieren Sie den hochauflösenden Wellenausbreitungsalgorithmus für die linearen Akustikgleichungen (1). Implementieren Sie sowohl periodische als auch reflektierende Randbedingungen. Testen Sie Ihr Programm anhand des Testbeispiels

$$p(x, 0) = \begin{cases} 1 & : 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases}$$
$$u(x, 0) = 0$$

mit  $\rho_0 = 1$ ,  $K_0 = 0.25$  und verschiedenen Werten für  $u_0$  auf dem Gebiet  $[-1, 3]$ . Implementieren Sie mindestens zwei Limiter.

### Aufgabe 34:

Zeigen Sie, dass der Wellenausbreitungsalgorithmus für lineare hyperbolische Systeme ein konservatives Verfahren ist.

**Abgabe am 12. Dezember 2019 am Beginn der Vorlesung.**  
**Besprechung in der Übung am 19. Dezember 2019.**