

Numerik II – 8. Übungsblatt

**Aufgabe 27:** Bestimmen Sie durch trigonometrische Interpolation auf dem Intervall  $[0, 2\pi]$  eine Funktion  $\tilde{H}$  mit  $\tilde{H}(t) = H(t)$  für die in der Tabelle angegebenen Werte.

|       |     |          |          |
|-------|-----|----------|----------|
| $t_j$ | 0   | $2\pi/3$ | $4\pi/3$ |
| $H$   | 1.0 | -0.5     | -0.5     |

**Aufgabe 28:** Ist  $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben mit  $f(0) = f(\pi) = 0$ , so gibt es mehrere Möglichkeiten diese Funktion  $2\pi$ -periodisch fortzusetzen. Sei  $x_k = k \frac{2\pi}{n+1}$ ,  $k = 0, \dots, n = 2m + 1$ . Zeigen Sie:

(a) Die gerade Fortsetzung

$$\tilde{f}(x) = \begin{cases} f(x) & x \in [0, \pi], \\ f(2\pi - x) & x \in [\pi, 2\pi], \\ 2\pi\text{-periodisch auf } \mathbb{R} \text{ fortgesetzt.} \end{cases}$$

Wird interpoliert durch

$$s(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{k=1}^{m+1} a_k \cos(kx), \quad a_k = \frac{2}{m+1} \sum_{j=1}^m \tilde{f}(x_j) \cos(jx_k).$$

(b) Die ungerade Fortsetzung

$$\tilde{f}(x) = \begin{cases} f(x) & x \in [0, \pi], \\ -f(2\pi - x) & x \in [\pi, 2\pi], \\ 2\pi\text{-periodisch auf } \mathbb{R} \text{ fortgesetzt.} \end{cases}$$

Wird interpoliert durch

$$s(x) = \sum_{k=1}^m b_k \sin(kx), \quad b_k = \frac{2}{m+1} \sum_{j=1}^m \tilde{f}(x_j) \sin(jx_k).$$

(c) Die  $\pi$ -periodische Fortsetzung

$$\tilde{f}(x) = \begin{cases} f(x) & x \in [0, \pi], \\ f(x - \pi) & x \in [\pi, 2\pi], \\ 2\pi\text{-periodisch auf } \mathbb{R} \text{ fortgesetzt.} \end{cases}$$

Wird interpoliert durch

$$s(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{k=2}^m (a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx)) + \frac{1}{2}a_{m+1} \cos((m+1)x),$$

$$a_k = \begin{cases} \frac{2}{m+1} \sum_{j=1}^m \tilde{f}(x_j) \cos(jx_k) & k \text{ gerade,} \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$$

$$b_k = \begin{cases} \frac{2}{m+1} \sum_{j=1}^m \tilde{f}(x_j) \sin(jx_k) & k \text{ gerade,} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

**Aufgabe 29:** Von der Funktion  $f$  seien folgende Werte bekannt:

|                |   |                 |                  |                  |                  |                  |       |
|----------------|---|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-------|
| $x_j$          | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{2\pi}{6}$ | $\frac{3\pi}{6}$ | $\frac{4\pi}{6}$ | $\frac{5\pi}{6}$ | $\pi$ |
| $y_j = f(x_j)$ | 0 | 0.6             | 0.4              | -0.4             | -0.8             | -0.2             | 0     |

- Setzen Sie diese Funktion mit den drei in Aufgabe 28 diskutierten Möglichkeiten auf  $2\pi$  fort.
- Plotten Sie die drei Funktion in einem gemeinsamen Graph. (2P)
- Interpolieren sie die drei Funktion mittels trigonometrischer Interpolation. (1P)
- Plotten Sie die drei Interpolierenden in einem gemeinsamen Graph. (3P)

**Aufgabe 30:** Berechnen Sie  $k_{\text{even}}$  und  $k_{\text{odd}}$  aus Algorithmus 3.6 für  $n = 16$ .

Abgabe am 5. Dezember 2018 am Beginn der Vorlesung.  
Besprechung in den Übungen ab 12. Dezember 2018.