Mathematisches Institut

Prof. Dr. Christiane Helzel
Sina Dahm

31. Oktober 2018

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

Numerik II – 4. Übungsblatt

Aufgabe 12: Es sei $G(\omega)$ die Iterationsmatrix des SOR-Verfahrens angewand auf das lineare Gleichungssystem zur Diskretsierung des Randwertproblems

$$u''(x) = f(x) \quad 0 < x < 1$$

mit Dirichlet-Randbedingung $u(0) = \alpha,\ u(1) = \beta$.

Stellen Sie, für $m = 50$, die Funktion

$$g(\omega) = \rho\left(G(\omega)\right)$$

für $0 \leq \omega \leq 2$ graphisch dar.

Aufgabe 13: **(Zusatzaufgabe)** Ergänzen Sie Ihr Programm aus Aufgabe 11, so dass das lineare Gleichungssystem nun auch unter Verwendung der Mehrgittermethode gelöst werden kann.

Stellen Sie den Fehler als Funktion von k (Anzahl der Iterationen) für festes m graphisch dar.

Hinweis: Eine Matlab Routine zur Durchführung eines V-Zyklus finden Sie unter
`http://math.mit.edu/~( )plamen/18.336/software/mgv1D.m`

Aufgabe 14:

(a) Sei $Ax = b$, $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ symmetrisch und $Rang(A) = n$. Sei weiterhin $b \in \mathbb{R}^n$ und $c \in \mathbb{R}$. Betrachten Sie für $x = (x_1, \ldots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$ die quadratische Gleichung

$$\frac{1}{2}x^T Ax - x^T b + c = 0.$$

Zeigen Sie, dass die obige Gleichung durch geeignete Koordinatentransformationen in eine Gleichung der Form

$$\lambda_1 z_1^2 + \ldots + \lambda_n z_n^2 + d = 0$$

überführt werden kann.

(b) Zeigen Sie, dass die quadratische Gleichung

$$5x_1^2 - 4x_1x_2 + 8x_2^2 + \frac{20}{\sqrt{5}}x_1 - \frac{80}{\sqrt{5}}x_2 + 4 = 0$$

eine Ellipse beschreibt.

Hinweis: Ellipse: $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$

Abgabe am 7. November 2018 am Beginn der Vorlesung.
Besprechung in den Übungen ab 14. November 2018.