

Numerik II – 12. Übungsblatt

Aufgabe 42: Betrachten Sie die Matrizen

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 4 & 6 & 3 \\ -4 & -4 & -1 \end{pmatrix} \text{ und } A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Überprüfen Sie, ob die Voraussetzungen von Satz 4.18 aus der Vorlesung erfüllt sind. Schreiben Sie ein Programm zur Berechnung der Eigenwerte der Matrizen A_1 und A_2 unter Verwendung des QR-Algorithmus ohne Shift. Welche Beobachtungen machen Sie?

Aufgabe 43: Schreiben Sie ein Programm zur Berechnung von Eigenwerten und Eigenvektoren unter Verwendung des QR-Algorithmus mit Wilkinson-Shift und Deflation. Wenden Sie dieses Programm auf folgende Matrizen an:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 3 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 2 & 8 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix} \text{ und } A_2 = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 6 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}.$$

Stellen Sie den Fehler in geeigneter Weise als Funktion der Anzahl der Iterationen graphisch dar. Vergleichen Sie mit dem QR-Algorithmus ohne Shift.

Aufgabe 44: Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 20 & -7 & 3 & -2 \\ -7 & 5 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

unter Verwendung des klassischen Jacobi-Verfahrens. Geben Sie auch $S(A^{(k)})$ für $k = 6, 12, 18, 24$ an.