MATHEMATISCHES INSTITUT
PROF. DR. CHRISTIANE HELZEL
DAVID KERKMANN

14. DEZEMBER 2017

28	29	30	Σ

NAME: ____________________
MAT-NR.: ____________________
NAME: ____________________
MAT-NR.: ____________________

Numerische Verfahren für hyperbolische Erhaltungsgleichungen – 9. Übungsblatt

Aufgabe 28: Leiten Sie die Gleichungen der linearen Akustik

$$\begin{pmatrix} \tilde{p} \\ \tilde{u} \end{pmatrix}_t + \begin{pmatrix} u_0 & K_0 \\ 1/\rho_0 & u_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{p} \\ \tilde{u} \end{pmatrix}_x = 0.$$

aus dem linearisierten System (vergl. mit VL)

$$\begin{pmatrix} \tilde{\rho} \\ \tilde{\rho u} \end{pmatrix}_t + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -u_0^2 + P'(\rho_0) & 2u_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\rho} \\ \tilde{\rho u} \end{pmatrix}_x = 0.$$

her.

Aufgabe 29: Betrachten Sie die Gleichungen der linearen Akustik

$$\begin{pmatrix} p \\ u \end{pmatrix}_t + \begin{pmatrix} u_0 & K_0 \\ 1/\rho_0 & u_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ u \end{pmatrix}_x = 0.$$

Bestimmen Sie allgemeine Formeln für die Wellen $\mathcal{W}^1$ und $\mathcal{W}^2$ sowie q_m, wobei diese wie in der Vorlesung definiert sind.

Betrachten Sie dann die Anfangsdaten

$$p(x,0) = \begin{cases} 1 & : \quad 1 \le x \le 2 \\ 0 & : \quad \text{sonst} \end{cases}$$
$$u(x,0) = 0$$

und bestimmen Sie für $\rho_0 = 1$, $K_0 = 0.25$ die Lösung für $t > 0$.

Aufgabe 30: Implementieren Sie den Godunov Algorithmus für die lineare Akustik, indem Sie

1. eine Funktion schreiben, die zu gegebenen Daten q_l und q_r die Lösung des Riemann-Problems berechnet, und
2. mit Hilfe dieser Funktion den numerischen Fluss in der Form $F_{i+1/2} = AQ^{\downarrow}_{i+1/2}$ berechnet.

Testen Sie Ihr Programm an den Anfangsdaten aus Aufgabe 29 mit einer geeigneten Diskretisierung und Endzeitwahl. Sie können sich dabei auf ein Gebiet einschränken und periodische Randwerte annehmen.

Abgabe am 21. Dezember 2017 am Beginn der Vorlesung.
Abgabe der Programmieraufgaben bis zum 21. Dezember 2017 um 14:00 an david.kerkmann@hhu.de.
Besprechung in der Übung am 12. Januar 2018.