

Numerische Verfahren für hyperbolische Erhaltungsgleichungen – 10. Übungsblatt

Aufgabe 31: Betrachten Sie die Gleichungen der linearen Akustik

$$\begin{pmatrix} p \\ u \end{pmatrix}_t + \begin{pmatrix} u_0 & K_0 \\ 1/\rho_0 & u_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ u \end{pmatrix}_x = 0$$

auf dem Intervall $[a, b]$ mit reflektierenden Randwertbedingungen. In der Vorlesung wurde besprochen, wie sich die reflektierenden Randwertbedingungen in den charakteristischen Variablen äußern. Bei der Implementierung von Finiten Volumen Verfahren wird üblicherweise mit *ghost cells* gearbeitet, d.h. es wird eine Zelle links und rechts des zu betrachtenden Gebiets hinzugefügt und gefüllt. Wie muss diese Zelle gefüllt werden, um eine reflektierende Randwertbedingung zu erzeugen?

Aufgabe 32: Zeigen Sie, dass der Wellenausbreitungsalgorithmus für lineare hyperbolische Systeme ein konservatives Verfahren ist.

Aufgabe 33: Schreiben Sie ein Programm, das die Lösung eines Riemann-Problems der Gleichung $q_t + Aq_x = 0$ mit Anfangsdaten q_l und q_r berechnet und die Lösung im Phasenraum $q_1 - q_2$ darstellt.

Testen Sie Ihr Programm an folgenden Beispielen:

- (a) $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $q_l = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $q_r = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- (b) $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $q_l = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $q_r = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- (c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $q_l = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $q_r = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$
- (d) $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $q_l = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $q_r = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- (e) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 10^{-4} & 2 \end{pmatrix}$, $q_l = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $q_r = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Wir wünschen Ihnen ein frohes Weihnachtsfest, einen guten Rutsch und ein erfolgreiches Jahr 2018!

Abgabe am 11. Januar 2018 am Beginn der Vorlesung.

Abgabe der Programmieraufgaben bis zum 11. Januar 2018 um 14:00 an david.kerkmann@hhu.de.

Besprechung in der Übung am 19. Januar 2018.