Mathematisches Institut
Prof. Dr. Christiane Helzel
Pawel Buchmüller

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

19. November 2015

Computergestützte Mathematik zur Linearen Algebra – 4. Übungsblatt

Aufgabe 13: (e^x)

Befehle: `for, while, fprintf`

Wir möchten e^x selbst berechnen. Dazu nutzen wir die Darstellung von e^x als Taylorreihe bei $x = 0$

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}.$$

Ist $|x|$ sehr groß, so sind leider sehr viele Summanden erforderlich um eine adequate Präzision bei der Berechnung zu erhalten. Wir wollen jedoch maximal die ersten 16 Summanden verwenden. Nutzen Sie die Identität $e^{kx} = (e^x)^k$, so dass in die Taylorreihe nur x mit $|x| < \frac{1}{2}$ eingesetzt werden müssen. Schreiben sie ein entsprechendes Programm und testen Sie es für $x = -30, -3, 3, 30$.
Die finale Ausgabe soll in etwa die Form haben:

```
MyExp = xxx, exp(x) = yyy, Differenz = zzz
```

Aufgabe 14: ($(3n+1)$-Vermutung)

Befehle: `for, while, if, fprintf`

Das Collatz-Problem, auch als $(3n+1)$-Vermutung bezeichnet, ist ein ungelöstes mathematisches Problem. Dabei geht es um eine Zahlenfolge die folgendermaßen gebildet wird:

- Wählen $n > 0$.
- Ist n gerade so setze $n = \frac{n}{2}$.
- Ist n ungerade so setze $n = 3n + 1$.
- Ist $n = 1$, so sind wir am Ende.

Vermutlich endet jede dieser Zahlenfolgen unabhängig vom Startwert. Es ist jedoch nicht bewiesen.

Schreiben sie ein Programm, dass die Zahlenfolgen bildet und ausgibt.

Aufgabe 15: (Sortieren)

Befehle: `for, while, sort, if, fprintf`

Implementieren Sie den folgenden Sortieralgorithmus. Sei $x \in \mathbb{R}^n$. Beginnend bei $i = 1$, vergleiche x_i und x_{i+1}. Falls $x_i > x_{i+1}$ so vertausche die beiden Elemente. Ist man am Ende des Vektors angekommen, so beginnt man von vorn bis nichts mehr vertauscht wird. Zählen Sie, wie oft der Vektor durchlaufen werden muss. Messen sie die benötigte Zeit und vergleichen Sie diese mit der Zeit die `sort` benötigt.

Aufgabe 16: (0 bis ∞)

Befehle: `while, fprintf`

Schreiben Sie ein Programm zur Bestimmung der kleinsten ganzen Zahl q, so dass in Matlab $2^{-q} = 0$ ergibt. Bestimmen Sie auch die kleinste ganze Zahl p, so dass in Matlab $2^p = \infty$ ergibt.

Besprechung in den Übungen am 23. November 2015 - 26. November 2015