

Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen – 6. Übungsblatt

Aufgabe 20: (6 Punkte)

Wir betrachten das Anfangswertproblems

$$v''(t) = -4v(t), \quad v(0) = \alpha, \quad v'(0) = \sigma.$$

- (a) Formulieren Sie die Differentialgleichung als System erster Ordnung.
- (b) Bestimmen Sie die Lösung.

Aufgabe 21: (6 Punkte)

Das verbesserte Euler-Verfahren lautet:

$$U^0 = \eta, \quad U^{n+1} = U^n + kf \left(U^n + \frac{k}{2} f(U^n, t_n), t_n + \frac{k}{2} \right), \quad n = 0, 1, \dots$$

Bestimmen Sie die Konsistenzordnung des verbesserten Euler-Verfahrens für eine nichtautonome Differentialgleichung.

Aufgabe 22: (6 Punkte)

Betrachten Sie das AWP

$$\begin{aligned} u_1'(t) &= 2u_1(t) \\ u_2'(t) &= 3u_1(t) + 2u_2(t) \end{aligned}$$

mit Anfangswerten $u_1(0)$ und $u_2(0)$. Lösen Sie dieses Problem auf zwei verschiedene Wege:

- (a) Lösen Sie die erste Gleichung, die nur $u_1(t)$ enthält, und setzen Sie die Lösung in die zweite Gleichung ein, um eine nichthomogene lineare Gleichung für $u_2(t)$ zu erhalten. Lösen Sie diese mit Duhamels Prinzip.
- (b) Schreiben Sie das System als $u'(t) = Au(t)$ und berechnen Sie die Matrix e^{At} , um die Lösung zu erhalten.

Aufgabe 23: (6 Punkte)

Zeigen Sie, dass die gewöhnliche Differentialgleichung

$$u'(t) = \frac{1}{t^2 + u(t)^2}, \quad t \geq 1$$

eine eindeutige Lösung auf $t \in [1, \infty)$ für jeden Startwert $u(1) = \mu$ besitzt.

Abgabe am 16. Mai 2019 am Beginn der Vorlesung.

Abgabe der Programmieraufgaben bis zum 16. Mai 2019 um 10:30 an david.kerkmann@hhu.de.

Besprechung in den Übungen am 21. Mai 2019.